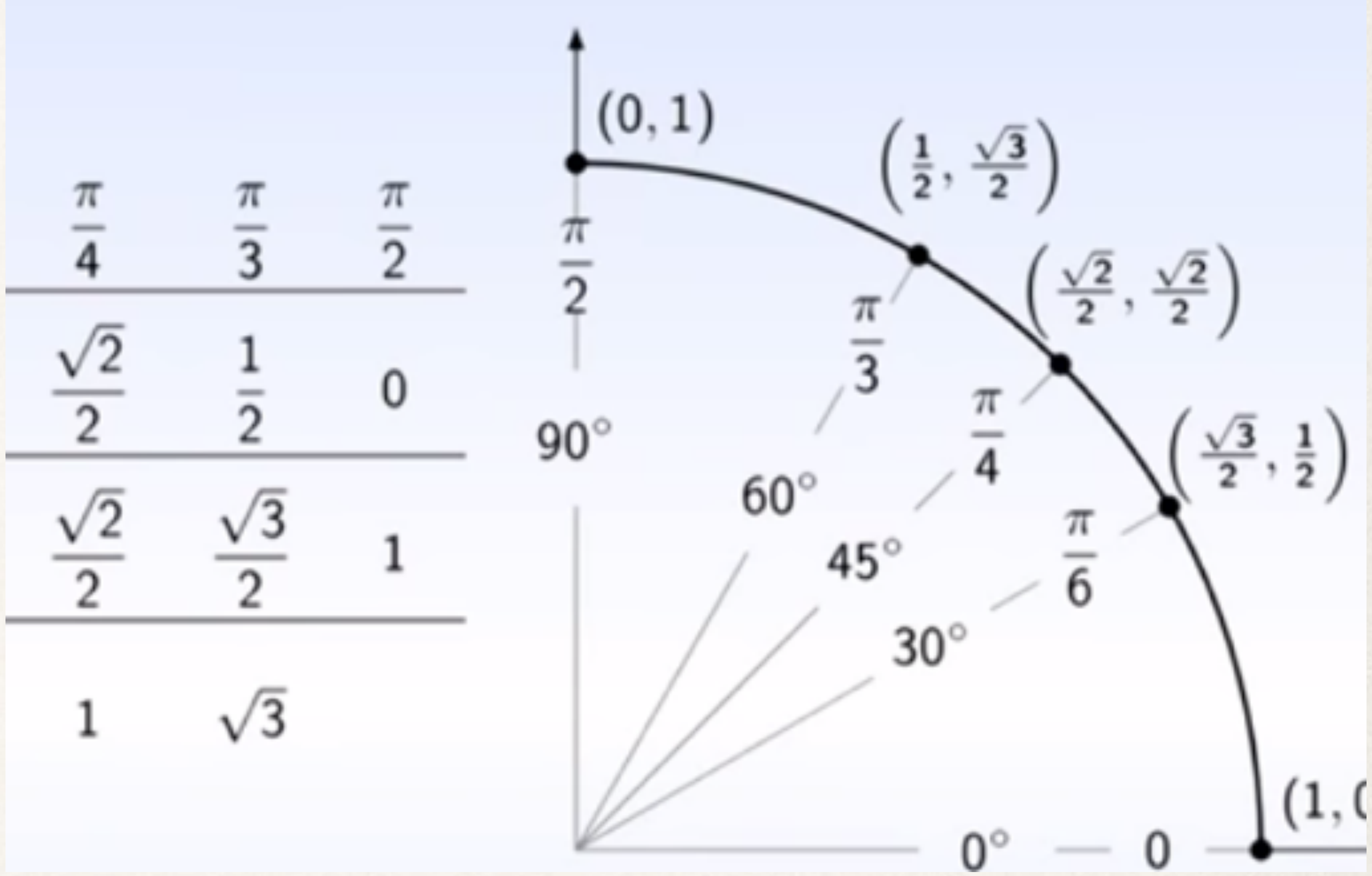
Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique



Étapes

$$2\sin(x-\frac{\pi}{4})+5=6$$

- 1. Isoler une équation dans laquelle l'argument sinus, cosinus ou tangente est isolé.

$$2\sin(x-\frac{\pi}{4})=1$$

$$\sin(x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$$

$$\sin^{-1}(x-\frac{\pi}{4})=\sin^{-1}\frac{1}{2}$$

- 2. Pour une équation sinusoïdale, déterminer la ou les valeurs de l'angle qui vérifient l'équation.
- Sur le cercle trigonométrique, les valeurs de y (sinus) qui donnent 1/2 sont:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\theta_2 = \frac{5\pi}{6}$$

- 3. Former deux équations à partir des valeurs trouvées

$$3(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{6}$$

$$3(x-\frac{\pi}{4})=\frac{5\pi}{6}$$

4. Pour tenir compte de la périodicité, additionner $2n\pi$ au membre forme d'un terme constant pour équation sinus et cosinus.

$$3(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{6}+2n\pi$$

$$3(x-\frac{\pi}{4})=\frac{5\pi}{6}+2n\pi$$

5. Résoudre la ou les équations formées

$$(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{18}+\frac{2n\pi}{3}$$

$$(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{18}+\frac{2n\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$$

$$\boxed{x=\frac{11\pi}{36}+\frac{2n\pi}{3}}$$

$$3(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{6}$$

$$\boxed{3(x-\frac{\pi}{4})=\frac{5\pi}{6}}$$

$$(x-\frac{\pi}{4})=\frac{5\pi}{18}+\frac{2n\pi}{3}$$

$$(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{18}+\frac{2n\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$$

$$\boxed{x=\frac{19\pi}{36}+\frac{2n\pi}{3}}$$

6. Écrire l'ensemble-solution

- Pour n appartient aux entiers, l'ensemble-solution est:
- n=-1 $x = \frac{11\pi}{36} + \frac{2(-1)\pi}{3} = \frac{11\pi}{36} + \frac{-24\pi}{36} = \frac{-13\pi}{36}$
- n=-1 $x = \frac{19\pi}{36} + \frac{2n\pi}{3} = \frac{19\pi}{36} + \frac{2(-1)\pi}{3} = \frac{19\pi}{36} + \frac{-24\pi}{36} = \frac{-5\pi}{36}$
- n=0 $x = \frac{11\pi}{36}$ $x = \frac{19\pi}{36}$
- n=1 $x = \frac{35\pi}{36}$ $x = \frac{43\pi}{36}$

$$\boxed{\left\{ \ldots, \frac{-13\pi}{36}, \frac{-5\pi}{36}, \frac{11\pi}{36}, \frac{19\pi}{36}, \frac{35\pi}{36}, \frac{43\pi}{36} \ldots \right\}}$$

Fonction tangente $0 = \sqrt{3}\tan \pi x - 1$

- 1. Isoler une équation dans laquelle l'argument sinus, cosinus ou tangente est isolé.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \pi x$$

$$\pi x = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- 2. Pour une équation tangente, déterminer la valeur de l'angle qui vérifient l'équation.

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

3. Former une équation à partir de la valeur trouvée

$$\pi x = \frac{\pi}{6}$$

4. Pour tenir compte de la périodicité, additionner $n\pi$ au membre forme d'un terme constant pour équation tangente.

$$\pi x = \frac{\pi}{6} + n\pi$$

5. Résoudre l'équation formée

$$\frac{\cancel{\pi} x}{\cancel{\pi}} = \frac{\frac{\cancel{\pi}}{6}}{\cancel{\pi}} + \frac{n\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}$$

$$x = \frac{1}{6} + n$$

6. Écrire l'ensemble-solution

- n=-1 $x = \frac{1}{6} - 1 = \frac{-5}{6}$
- n=0 $x = \frac{1}{6}$
- n=1 $x = \frac{1}{6} + 1 = \frac{7}{6}$
- n=-2 $x = \frac{1}{6} - 2 = \frac{-11}{6}$
- n=2 $x = \frac{1}{6} + 2 = \frac{13}{6}$

$$\boxed{\left\{ \ldots, \frac{-11}{6}, \frac{-5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, \frac{13}{6}, \ldots \right\}}$$

Inéquations sinus-cosinus

$$2\cos\frac{\pi}{4}(x-1)-\sqrt{3}<0$$

- 1. Substituer le symbole par symbole d'égalité et résoudre

Le x est égale à cette valeur à

$$\frac{\pi}{6} \quad et \quad \frac{11\pi}{6}$$

$$\cos\frac{\pi}{4}(x-1)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(\cos\frac{\pi}{4}(x-1))=\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{4}(x-1)=\frac{\pi}{6}$$

et

$$\frac{\pi}{4}(x-1)=\frac{11\pi}{6}$$

Ce n'est qu'une des valeurs possibles

2. Pour tenir compte de la périodicité, additionner $2n\pi$ au membre forme d'un terme constant pour équation sinus et cosinus.

$$\frac{\pi}{4}(x-1)=\frac{\pi}{6}+2n\pi$$

$$\pi(x-1)=\frac{4\pi}{6}+8n\pi$$

$$\frac{\cancel{\pi}(x-1)}{\cancel{\pi}}=\frac{\frac{4\cancel{\pi}}{6}}{\cancel{\pi}}+\frac{8n\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}$$

$$x-1=\frac{2}{3}+8n$$

$$x=\frac{5}{3}+8n$$

$$\frac{\pi}{4}(x-1)=\frac{11\pi}{6}+2n\pi$$

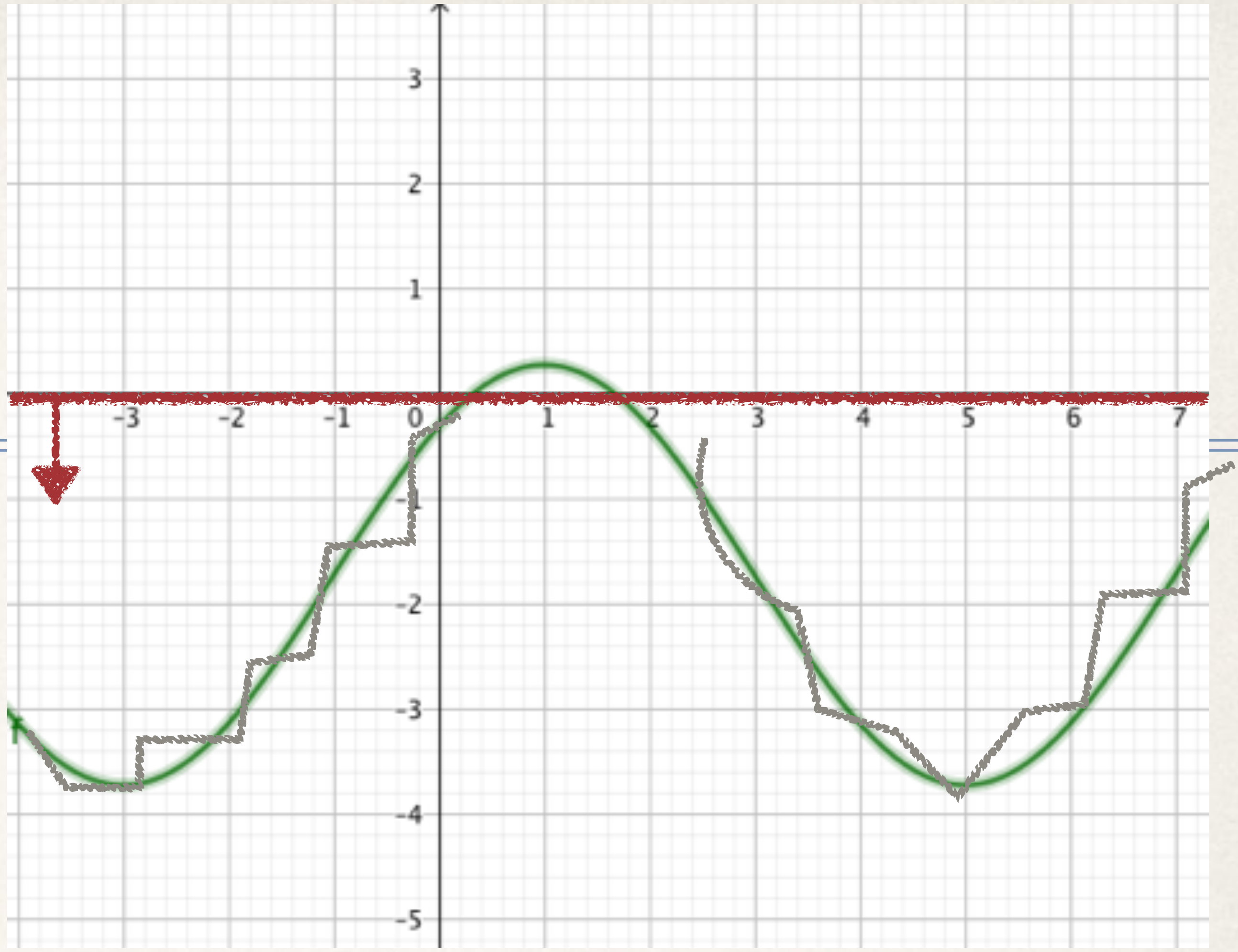
$$\pi(x-1)=\frac{44\pi}{6}+8n\pi$$

$$\frac{\cancel{\pi}(x-1)}{\cancel{\pi}}=\frac{\frac{44\cancel{\pi}}{6}}{\cancel{\pi}}+\frac{8n\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}$$

$$x-1=\frac{22}{3}+8n$$

$$x=\frac{25}{3}+8n$$

$$2\cos\frac{\pi}{4}(x-1)-\sqrt{3}<0$$



- Remplacer n par -2, -1, 0, 1 et 2 et ensuite, indiquer les bons intervalles:

	$x=\frac{5}{3}+8n$	$x=\frac{5}{3}+\frac{24n}{3}$
n=-2	$\frac{-43}{3}$	$\frac{-23}{3}$
n=-1	$\frac{-19}{3}$	$\frac{1}{3}$
n=0	$\frac{5}{3}$	$\frac{25}{3}$
n=1	$\frac{29}{3}$	$\frac{49}{3}$

$$\ldots\cup\left]\frac{-43}{3},\frac{-23}{3}\right[\cup\left]\frac{-19}{3},\frac{1}{3}\right[\cup\left]\frac{5}{3},\frac{25}{3}\right[\cup\ldots$$

Déterminer sur quels intervalles la fonction $f(x) = 3\tan 2(x + \frac{\pi}{2}) + 3$ est positive.

- 1. Substituer le symbole par symbole d'égalité et résoudre

$$0 = 3\tan 2(x + \frac{\pi}{2}) + 3$$

$$\frac{-3}{3} = \tan 2(x + \frac{\pi}{2})$$

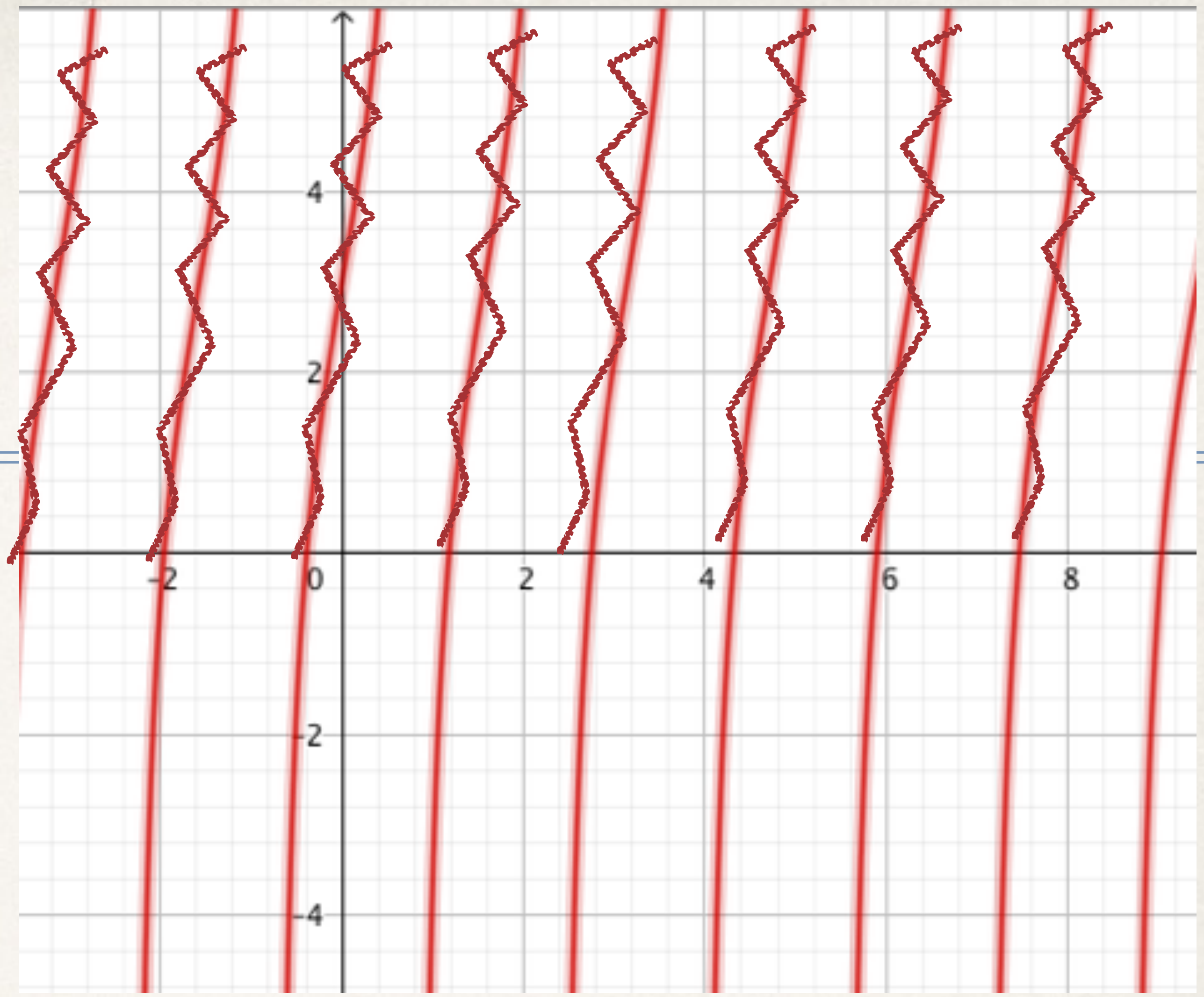
$$\tan^{-1} - 1 = \tan^{-1}(\tan 2(x + \frac{\pi}{2}))$$

$$-\frac{\pi}{4} = 2(x + \frac{\pi}{2})$$

$$-\frac{5\pi}{8} + \frac{n\pi}{2} = x$$

- 2. Trouver n à -2, -1, 0, 1 et 2
- n=-2 $-\frac{13\pi}{8}$
- n=-1 $-\frac{9\pi}{8}$
- n=0 $-\frac{5\pi}{8}$

n=1 $-\frac{\pi}{8}$



- La période est de

$$p = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2}$$

- Donc, les asymptotes sont à $\ldots, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \ldots$

- L'ensemble-solution est:

$$\boxed{\ldots, \cup \left[\frac{-13\pi}{8}, \frac{-5\pi}{4}\right[\cup \left[\frac{-9\pi}{8}, \frac{-3\pi}{4}\right[\cup \left[\frac{-5\pi}{8}, \frac{-\pi}{4}\right[\cup \left[\frac{-\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right[\cup \ldots}$$